

Dlhé vedenia v elektrotechnike

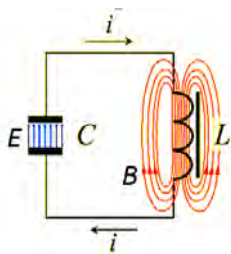
doc. Ing. Ivan BOJNA, PhD., STU FEI v Bratislave

VŠEOBECNE

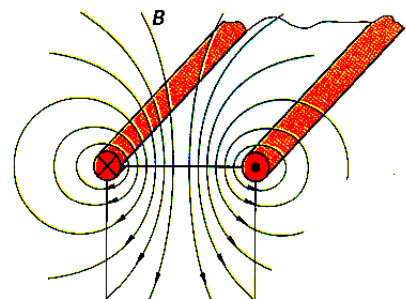
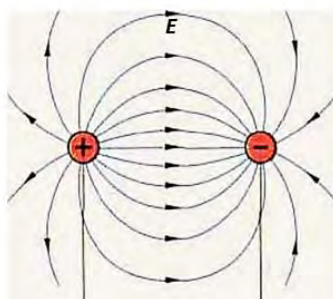
Dlhé vedenia alebo tiež vedenia s rozloženými parametrami majú výrazne odlišné vlastnosti ako elektrické obvody so sústredenými parametrami, s ktorými sa bežne stretávame napríklad aj v oblasti elektrických inštalácií nízkeho napätia. Pritom posúdenie, či určitý obvod treba považovať za dlhé vedenie nezávisí od jeho absolútnej dĺžky. Vedenie dlhé niekoľko desiatok kilometrov nemusí byť vnímané ako dlhé vedenie, a naopak, v inom prípade vedenie dlhé jeden meter musíme analyzovať ako dlhé vedenie.

Pri obvodoch so sústredenými parametrami (ktorými sa modelujú napríklad bežné rozvody so sieťovou frekvenciou 50 Hz) sa pracuje s viacerými zjednodušujúcimi predpokladmi:

1. Energia elektrického poľa sa predpokladá sústredená v kapacitoroch, energia magnetického poľa v induktoroch (obrázok 1). V skutočnosti však energia elektromagnetického poľa je rozložená v priestore medzi vodičmi (obrázok 2).



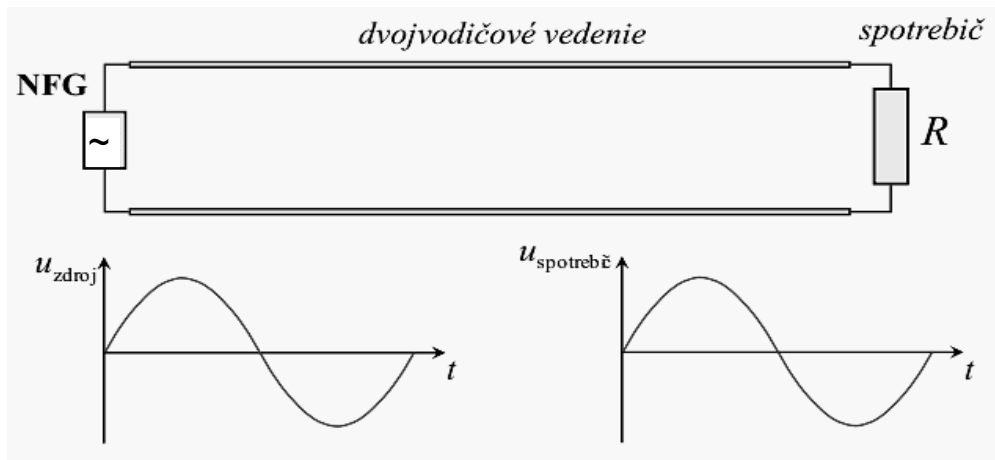
Obr. 1 Obvod so sústredenými parametrami



Obr. 2 Elektrické pole E a magnetické pole B dvojvodičového vedenia

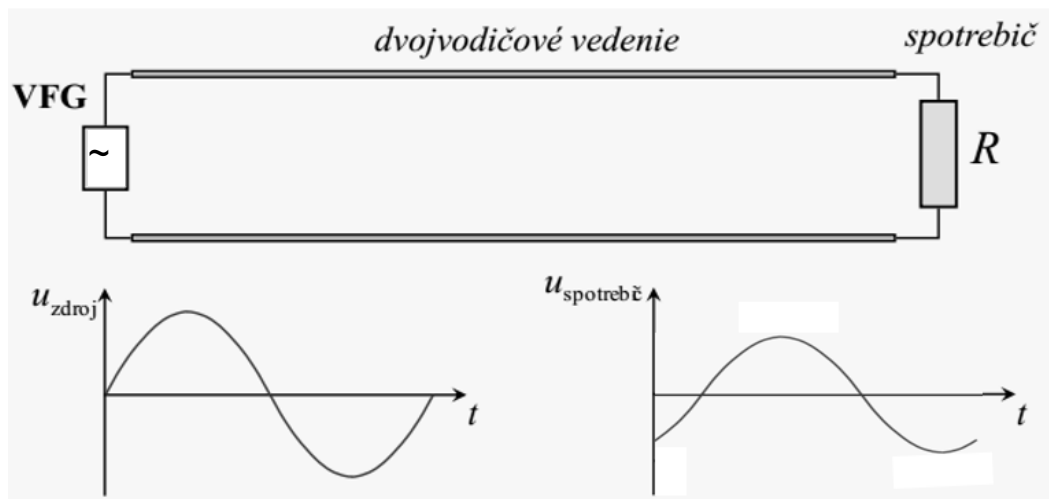
2. Vodiče sa považujú za ideálne (predpokladá sa nulový odpor a nulová vlastná indukčnosť vodičov, nulová kapacita medzi vodičmi a nulová vodivosť (zvod) medzi vodičmi, čiže nekonečne veľký izolačný odpor medzi vodičmi. V skutočnosti odpor a vlastná indukčnosť reálnych vodičov, kapacita medzi vodičmi a vodivosť izolácie medzi vodičmi nie sú nulové.
3. Predpokladá sa nekonečne veľká rýchlosť šírenia elektromagnetického poľa a tým aj prúdu v obvode, t. j. v určitom okamihu sa predpokladá rovnaký prúd na začiatku a na konci vedenia. Preto napríklad v sériovom obvode sa v tom istom čase uvažuje všade rovnaký

prúd, napätie na spotrebiči má v každom okamihu rovnakú hodnotu ako napätie zdroja (obrázok 3). Napätia a prúdy v obvodoch so sústredenými parametrami sú len funkciou času.



Obr. 3 Obvod so sústredenými parametrami: napätie na spotrebiči má v každom okamihu rovnakú hodnotu ako napätie zdroja

V skutočnosti sa elektromagnetické pole šíri konečnou rýchlosťou. Výrazne sa to prejavuje napríklad už aj pri malej dĺžke vedenia pri vysokých frekvenciách (f rádovo MHz ÷ GHz). Prenos elektromagnetickej energie má charakter vlnenia, napätia a prúdy v obvode sú funkciou času aj miesta, obvod treba analyzovať ako **dlhé vedenie** (obrázok 4).



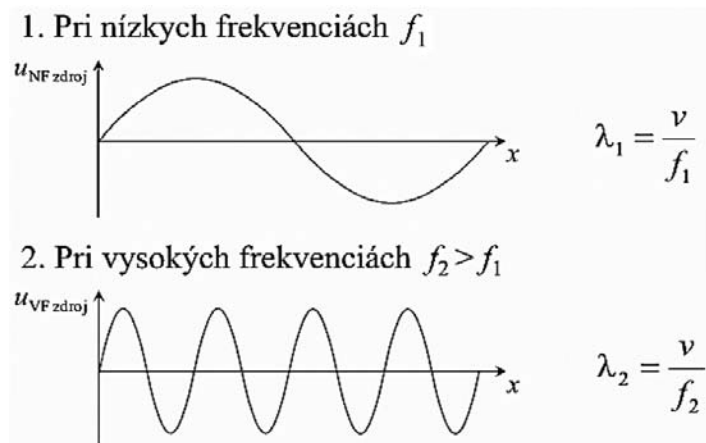
Obr. 4 Dlhé vedenie: napätie na spotrebiči je funkciou času a vzdialenosti spotrebiča od zdroja napätia

Vlny na vedení pri harmonických napätiach a prúdoch charakterizuje **vlnová dĺžka** λ

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad [\text{m}]$$

kde v je rýchlosť šírenia vlny v m/s,
 f frekvencia v Hz.

Na obrázku 5 je znázornené rozloženie napätia v závislosti od vzdialenosti pri nízkych, resp. vysokých frekvenciách. Nízkej frekvencii zodpovedá väčšia vlnová dĺžka.



Obr. 5 Závislosť vlnovej dĺžky od frekvencie

Určité vedenie možno modelovať obvodom so sústredenými parametrami len ak je dĺžka vedenia omnoho menšia ako vlnová dĺžka, čiže $l \ll \lambda$. V opačnom prípade obvod treba analyzovať ako dlhé vedenie.

Ak napríklad uvažujeme diaľkové vedenie s dĺžkou $l = 2\,000$ km určené na prenos elektrickej energie s frekvenciou 50 Hz a predpokladáme rýchlosť šírenia vĺn na vedení $v \approx c$ ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s je rýchlosť svetla vo vákuu), vlnová dĺžka λ je

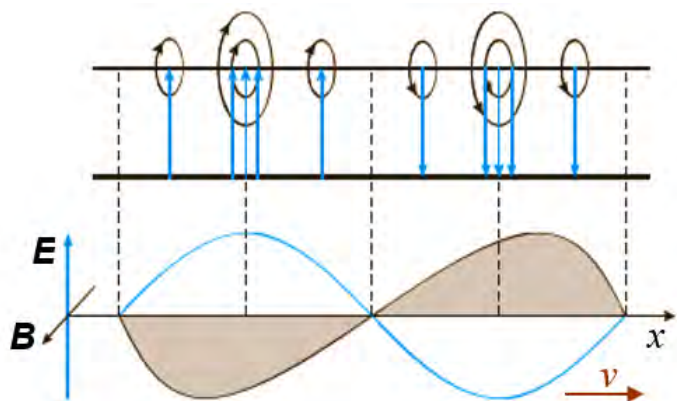
$$\lambda = v/f \approx 3 \cdot 10^8 / 50 = 6 \cdot 10^6 \text{ m} = 6000 \text{ km}$$

čiže dĺžka vedenia je porovnateľná s vlnovou dĺžkou, preto vedenie treba riešiť ako obvod s rozloženými parametrami. K rovnakému záveru dospejeme, ak je vedenie dlhé iba 1 m, ale zdroj má frekvenciu 10^8 Hz, kedy je

$$\lambda = v/f \approx 3 \cdot 10^8 / 10^8 = 3 \text{ m}$$

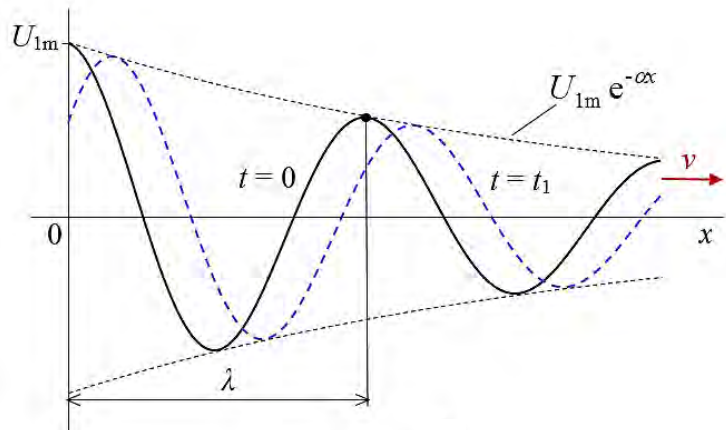
Energia elektromagnetického poľa, ktorá je charakterizovaná vektorom intenzity elektrického poľa $\mathbf{E}$ a vektorom magnetickej indukcie $\mathbf{B}$, na dlhom vedení sa šíri vo forme vlnenia, ako je to pre ideálne vedenie schematicky znázornené v určitom okamihu na obrázku 6.

Vo forme vlnenia sa šíria aj prúdy a napätia na vedení, pričom v dôsledku strát na skutočnom vedení



Obr. 6 Elektromagnetické pole dlhého vedenia v určitom okamihu t_1

sa amplitúda vlny v závislosti od vzdialenosti znižuje. Na rôznych miestach dlhého vedenia sú v tom istom čase rozdielne napätia aj prúdy. Na obrázku 7 je vlna napätia v čase $t = 0$ a v čase $t_1 > 0$, ktorá postupuje rýchlosťou v . Amplitúda napätia postupnej vlny U_{xm} , a tým aj jej efektívna hodnota na reálnom (stratovom) vedení v závislosti od miesta exponenciálne klesá podľa vzťahu $U_{xm} = U_{1m} e^{-\alpha x}$.

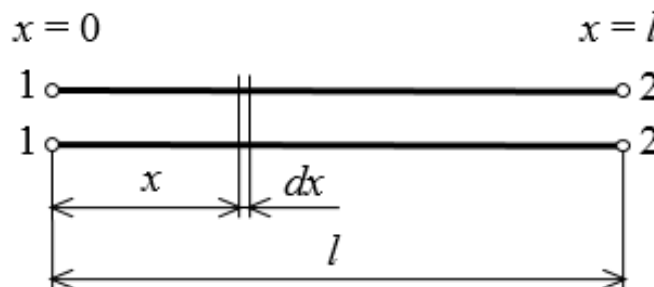


Obr. 7 Postupujúca vlna napätia na reálnom (stratovom) vedení

Analýza dlhých vedení – článkový model vedenia

Dlhé vedenia sa modelujú *obvodmi s rozloženými parametrami*. Typickým prípadom je dlhé dvojvodičové vedenie, na ktorom napätia a prúdy sú nielen funkciami času, ale aj vzdialenosti x od začiatku vedenia, $u = f(x, t)$, $i = f(x, t)$.

Majme dlhé dvojvodičové vedenie, ktorého dĺžka l je omnoho väčšia ako vzdialenosť medzi vodičmi, $l \gg d$ (obrázok 8).



Obr. 8 Dvojvodičové vedenie dĺžky l

Takéto vedenie sa modeluje tzv. článkovým modelom. Celé vedenie sa rozdelí na *elementárne úseky* – nekonečný počet článkov s elementárnou dĺžkou dx , pričom každý článok je charakterizovaný štyrmi parametrami:

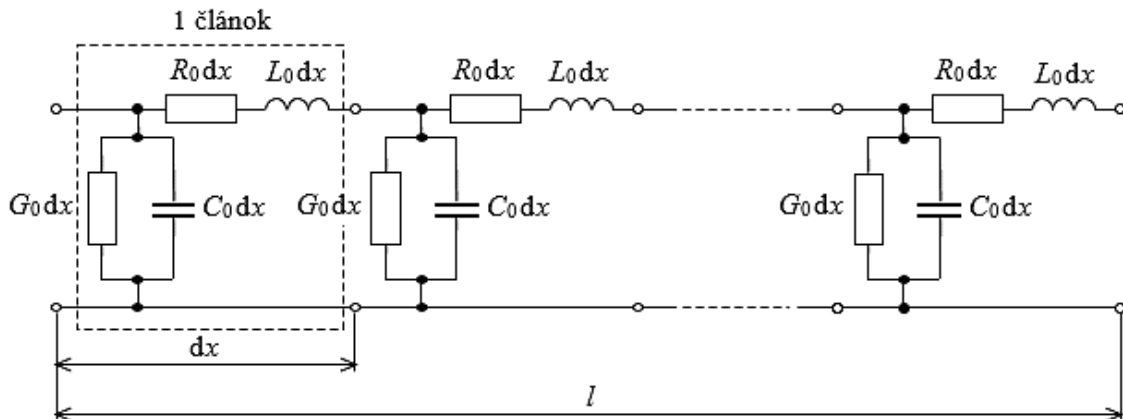
R_0 – odpor vedenia na jednotku dĺžky (vrátane spätného vodiča) v Ω/m ,

L_0 – vlastná indukčnosť vedenia na jednotku dĺžky (vrátane spätného vodiča) v H/m ,

G_0 – vodivosť (zvod) medzi vodičmi na jednotku dĺžky v S/m ,

C_0 – kapacita medzi vodičmi vedenia na jednotku dĺžky vo F/m .

Ak sú parametre R_0 , L_0 , G_0 , C_0 na každom mieste vedenia rovnaké, takéto vedenie sa nazýva homogénne vedenie. Článkový model homogénneho vedenia je na obr. 9.



Obr. 9 Článkový model homogénneho vedenia

Ak je na začiatok vedenia pripojený zdroj harmonického napätia $u_1(t)$, napätia a prúdy na takomto vedení možno matematicky interpretovať ako superpozíciu priamych a spätných postupných vln, šíriacich sa vedením rýchlosťou blízkou rýchlosti svetla.

Pojem postupných vln na vedení možno zjednodušene vysvetliť takto: Po pripojení harmonického napätia na začiatok vedenia postupuje od zdroja ku koncu vedenia priama vlna. Na konci vedenia vo všeobecnosti nastane odraz a smerom k začiatku vedenia postupuje spätná (odrazená) vlna. Tá sa vo všeobecnosti na začiatku odrazí a odrazená vlna postupuje ku koncu vedenia. Tento proces sa opakuje, pričom veľkosti (amplitúdy) vln sa v dôsledku strát na vedení postupne znižujú. Vlny na vedení sa superponujú a v ustálenom harmonickom stave možno napätie na vedení vyjadriť v tvare súčtu dvoch výsledných harmonicky sa meniacich vln – priamej a spätnej vlny. Na každom mieste vedenia je, samozrejme, iba jedno výsledné napätie.

Napäťové a prúdové pomery na dvojvodičovom vedení v harmonickom ustálenom stave popri vlnovej dĺžke λ charakterizujú dve vo všeobecnosti komplexné veličiny:

vlnová impedancia vedenia
$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = Z_0 e^{j\varphi_z} \quad [\Omega]$$

konštanta šírenia
$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta \quad [\text{m}^{-1}]$$

kde R_0 [Ω/m], L_0 [H/m], G_0 [S/m], C_0 [F/m] sú vyššie uvedené **základné parametre vedenia**,

α je **tlmiaca konštanta** (charakterizuje exponenciálnu zmenu amplitúdy postupnej vlny na jednotku dĺžky v Np/m),

β – **fázová konštanta** (udáva zmenu fázy postupnej vlny na jednotku dĺžky v rad/m).

Na *ideálnom (bezstratovom)* vedení $R_0 = 0$, $G_0 = 0$, vlnová impedancia je reálna:

$$\mathbf{Z}_0 = Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad [\Omega]$$

Pre vlnovú impedanciu ideálneho vedenia sa používa aj termín vlnový odpor. Treba však zdôrazniť, že vlnový odpor nie je elektrický odpor vodičov vedenia (ten je pri ideálnom vedení nulový).

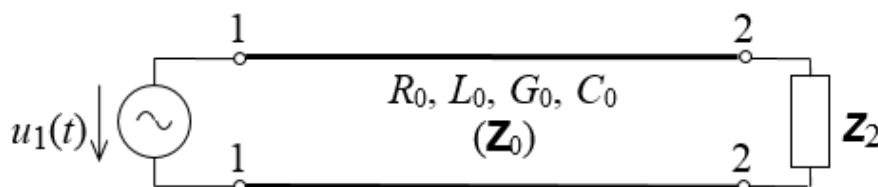
Vlnová impedancia je zároveň podiel fázora napätia $\mathbf{U}_x$ a fázora prúdu $\mathbf{I}_x$ postupnej vlny (priamej alebo spätnej) v každom mieste vedenia.

Veľkosť (efektívna hodnota) napätí a prúdov na jednotlivých miestach vedenia závisí vo všeobecnosti od

- parametrov vedenia R_0 , L_0 , G_0 , C_0 ,
- impedancie $\mathbf{Z}_2$, ktorou je vedenia na konci zaťažené,
- dĺžky vedenia,
- napätia na začiatku vedenia $u_1(t)$,

Vedenie zakončené všeobecnou impedanciou

Analyzujeme homogénne vedenie s dĺžkou l , ktoré je zakončené všeobecnou impedanciou $\mathbf{Z}_2$ (obrázok 10).



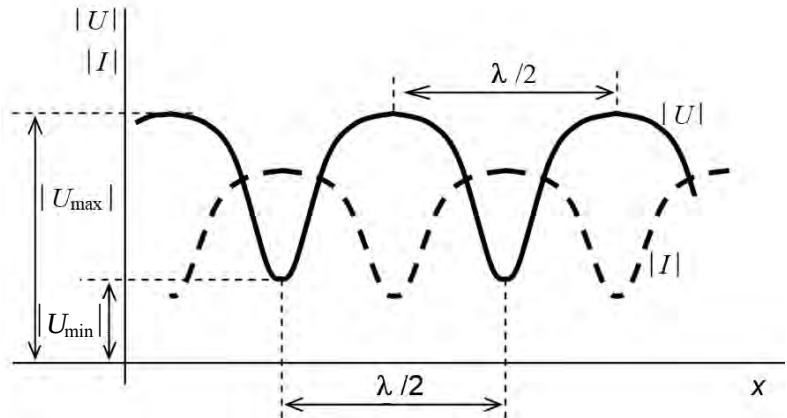
Obr. 10 Homogénne vedenie zakončené všeobecnou impedanciou $\mathbf{Z}_2$

Napätie na vedení $u(x, t)$ možno vyjadriť ako súčet priamej vlny $u_p(x, t)$ exponenciálne klesajúcej smerom ku koncu vedenia a spätnej (odrazenej) vlny $u_s(x, t)$ exponenciálne narastajúcej smerom ku koncu vedenia (čiže exponenciálne klesajúcej smerom k začiatku vedenia). V komplexnom vyjadrení pomocou fázorov je

$$\mathbf{U}(x, t) = \mathbf{U}_p(x, t) + \mathbf{U}_s(x, t) = \mathbf{U}_{lp} e^{-\alpha \cdot x} e^{j(\omega \cdot t - \beta \cdot x)} + \mathbf{U}_{ls} e^{\alpha \cdot x} e^{j(\omega \cdot t + \beta \cdot x)}$$

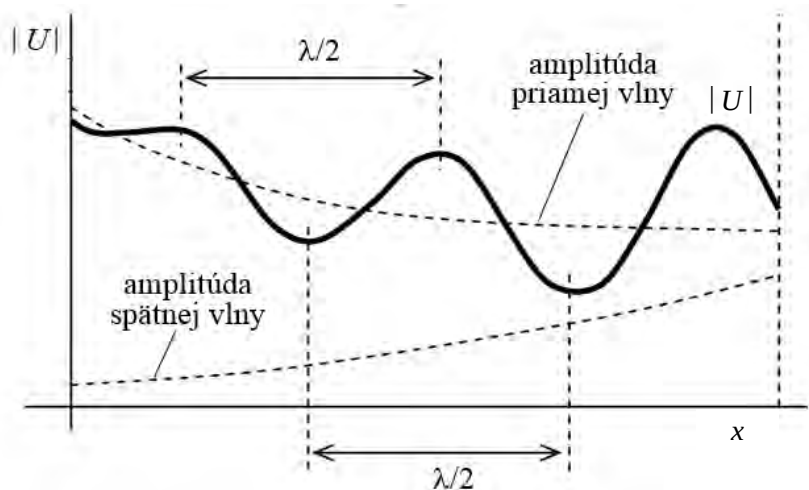
Veľkosť napätia (efektívna hodnota) na vedení $U_x = |\mathbf{U}_x|$ je v každom mieste daná súčtom fázorov (resp. okamihových hodnôt) exponenciálne klesajúcej priamej vlny a exponenciálne narastajúcej spätnej vlny. Superpozíciou týchto dvoch postupných vln vznikajú na vedení tzv. stojaté vlny (stojaté vlnenie).

Stojaté vlny sú priestorovo stacionárnym útvarom, ktorého amplitúda dosahuje v určitých miestach na vedení svoju maximálnu hodnotu (nazývajú sa maximá stojatých vln, alebo *kmitne*) a v iných miestach dosahuje trvalo svoju minimálnu hodnotu (minimá stojatých vln, alebo *uzly*). Poloha maxím a miním na vedení sa s časom nemení a je daná frekvenciou napätia a zaťažovacou impedanciou vedenia Z_2 . Stojaté vlny na ideálnom vedení sú znázornené na obrázku 11.



Obr. 11 Stojaté vlny na ideálnom bezstratovom vedení

Dve najbližšie maximá napätia sú od seba vzdialené o $\lambda/2$ a maximum napätia je voči maximu prúdu posunuté o $\lambda/4$. Maximá napät'ových stojatých vln sú zrejme v tých miestach na vedení, kde sa priama a odrazená napät'ová vlna stretávajú vo fáze a preto sa ich amplitúdy sčítajú. Naopak, v miestach miním stojatých vln sa obe vlny stretávajú v protifáze a ich amplitúdy sa odčítavajú.



Obr. 12 Stojaté vlny na vedení so stratami

Na reálnom vedení so stratami sa postupné vlny (priama aj spätná) utlmujú, stojatá vlna napätia $|U|$ má tvar podľa obrázka 12.

Vedenie zakončené vlnovou impedanciou – prispôbené vedenie

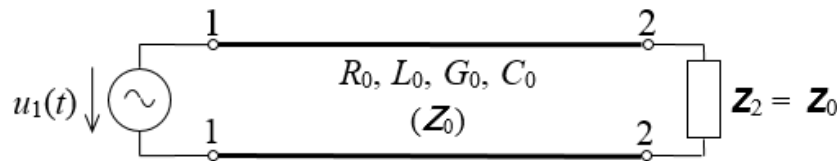
Priama vlna prenáša výkon v smere x , spätná vlna v smere $-x$, výsledný výkon je daný ich rozdielom $p = p_1 - p_2$. Prenos výkonu je optimálny, ak na vedení je len priama vlna, teda ak na konci vedenia nenasáva odraz.

Odraz vln na konci vedenia charakterizuje faktor odrazu na konci vedenia ρ_2

$$\rho_2 = \frac{U_{2s}}{U_{2p}} = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}$$

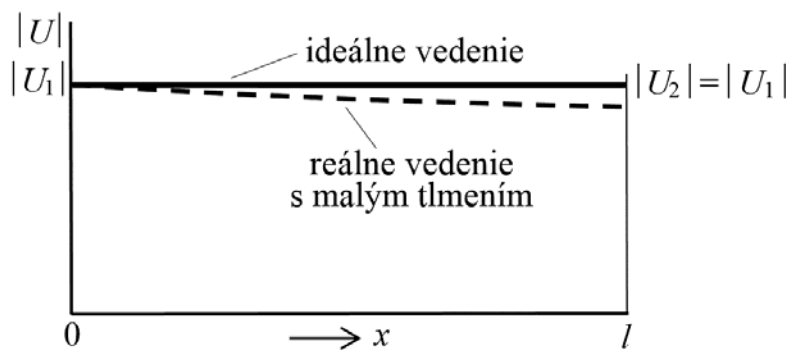
kde Z_0 je vlnová impedancia vedenia, Z_2 zaťažovacia impedancia na konci vedenia.

Analyzujeme prípad, ak je vedenie zakončené vlnovou impedanciou $Z_2 = Z_0$ (obr. 13).



Obr. 13 Vedenie zakončené vlnovou impedanciou Z_0

Ak je na konci vedenia pripojená vlnová impedancia Z_0 , faktor odrazu je $\rho_2 = 0$, na konci vedenia nenastáva odraz, na vedení existuje len priama vlna, ide o prispôsobené vedenie. Rozloženie veľkosti (efektívnej hodnoty) napätia je na obrázku 14.



Obr. 14 Rozloženie napätia na prispôsobenom vedení ($Z_2 = Z_0$)

Prispôsobené vedenie je významné z hľadiska prenášaného výkonu. Je na ňom len priama vlna, vedením sa prenáša maximálny možný výkon – prirodzený výkon vedenia P_{pr} . Na konci vedenia (na záťaži) je maximálny možný výkon a na vedení sú minimálne straty.

Prirodzený výkon vedenia závisí od vlnovej impedancie vedenia a od kvadrátu napätia

$$P_{pr} = \frac{U^2}{Z_0}$$

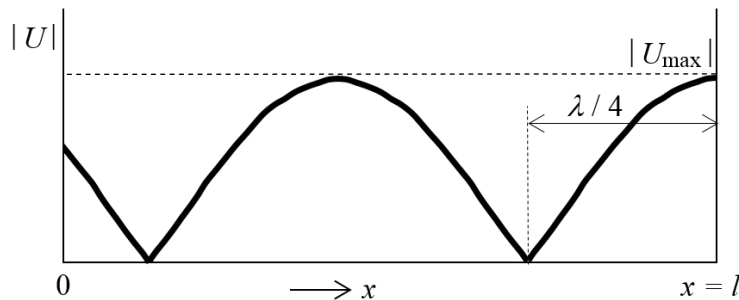
pričom sa predpokladá ideálne vedenie (v praxi sa tomu blíži napr. vysokonapäťové vedenie s malým tlmením s $R_0 \ll \omega L_0$ a $G_0 \ll \omega C_0$). Prirodzený výkon sa prenáša, ak je vedenie na konci vykompenzované na $\cos \varphi = 1$. Prirodzený výkon vedenia sa udáva v MW. Vo vedľajšej tabuľke sú uvedené orientačné hodnoty prirodzeného výkonu vzdušných vedení na niekoľkých napäťových úrovniach.

Menovité napätie v kV	Prirodzený výkon v MW
20	2,4
110	32
220	180
380	425

Zakončenie vedenia vlnovou impedanciou je dôležité aj v komunikačnej technike pri prenose informácií, kde sú tiež nežiaduce odrazené vlny.

Vedenie naprázdno, Ferrantiho jav

Špecifickým prípadom je aj **vedenie naprázdno** ($Z_2 \rightarrow \infty$). Priama a spätná vlna na konci vedenia naprázdno sú vo fáze, veľkosť napätia na konci má maximum (napät'ovú kmitňu), pozri obrázok 15. V určitých prípadoch môže byť efektívna hodnota napätia U_2 na konci vedenia väčšia ako napätie U_1 na začiatku v mieste napájania – je to tzv. Ferrantiho jav.



Obr. 15 Stojatá vlna napätia na ideálnom vedení naprázdno

Obrázok 15 zodpovedá vedeniu pri vysokých frekvenciách, kedy býva dĺžka vedenia l porovnateľná a často aj väčšia ako dĺžka vlny λ . Iným prípadom sú silnoprúdové vedenia so sieťovou frekvenciou 50 Hz, pri ktorých je vlnová dĺžka $\lambda \approx 6\,000$ km.

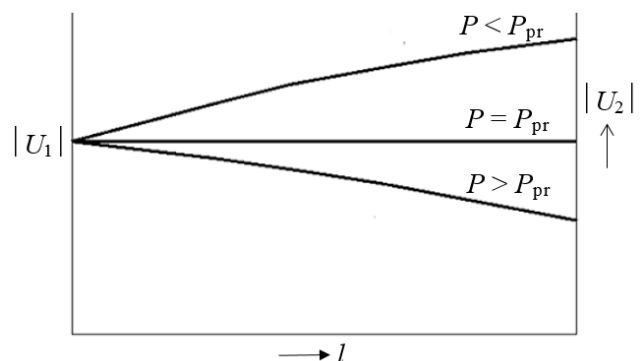
Dĺžka vedenia l a často aj l/λ je obvykle omnoho menšia ako vlnová dĺžka. Takejto dĺžke vedenia prislúcha iba veľmi malá časť na pravej strane obrázka 15 v oblasti plochého maxima krivky, kde sa veľkosť napätia mení iba málo. Znamená to, že na takýchto vedeniach je v stave naprázdno veľkosť napätia na celom vedení prakticky rovnaká a takéto vedenia možno modelovať obvody so sústredenými parametrami.

Najmä pri vedeniach vvn a zvn je však niekedy dĺžka vedenia porovnateľná s dĺžkou vlny λ . Ak je dĺžka vedenia veľká (ale menšia ako $\lambda/4 \approx 1\,500$ km), napätie naprázdno na konci vedenia je väčšie ako na začiatku, ako to vyplýva z obrázka 15.

Ferrantiho jav (vyššie napätie na konci ako na začiatku vedenia) je výrazný na dlhých nezaťažených vedeniach (stav naprázdno) alebo na len málo zaťažených vedeniach vvn a zvn. Tento jav je z prevádzkového hľadiska veľmi nepriaznivý. Napríklad pri poruche a náhlom odpojení záťaže na dlhom vedení môže v dôsledku zvýšeného napätia dôjsť k prerazu izolácie. Veľkosť takýchto prepätí dosahuje až dvojnásobok menovitého fázového napätia.

Ferrantiho jav je oveľa výraznejší v podzemných kábloch, v dôsledku ich veľkej kapacity C_0 .

Na veľkosť napätia na konci vedenia má zásadný vplyv zaťažovací impedancia Z_2 . Vo všeobecnosti pri malom zaťažení, ak je prenášaný výkon menší ako prirodzený výkon vedenia, napätie na konci je vyššie ako na začiatku. Ak sa prenáša výkon väčší ako prirodzený výkon vedenia, je napätie na konci nižšie ako na začiatku, pozri obrázok 16.

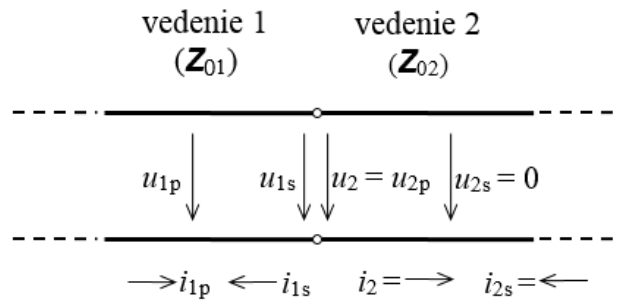


Obr. 16 Napätie na konci vedenia pri rôznom zaťažení a pri rôznych dĺžkach vedenia

Napät'ové a prúdové pomery v mieste styku dvoch vedení

K odrazu vln dochádza nielen na konci vedenia, ak je zaťažené inou ako vlnovou impedanciou, ale aj v mieste styku dvoch vedení, ktoré majú rôzne vlnové impedancie Z_{01} , Z_{02} . Ukážeme to na styku dvoch vedení podľa obr. 17.

Predpokladajme pre jednoduchosť, že druhé vedenie je nekonečne dlhé, resp. na konci je zaťažené svojou vlnovou impedanciou Z_{02} , teda na druhom vedení je len priama vlna, čiže $U_2(x) \equiv U_{2p}(x)$, $U_{2s}(x) = 0$.



Obr. 17 Styk dvoch vedení s vlnovými impedanciami Z_{01} , Z_{02}

V mieste styku dvoch vedení vo všeobecnosti dochádza k odrazu so všetkými nepriaznivými dôsledkami ako pri odraze na konci vedenia. Časť priamej vlny u_{1p} sa odrazí ako spätná vlna u_{1s} , jej druhá časť prechádza rozhraním ako priama vlna u_{2p} . Pomery v mieste styku vedení charakterizuje faktor odrazu (vo všeobecnosti komplexný)

$$\rho = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}}$$

Ak sú vlnové impedancie oboch vedení rovnaké, čiže $Z_{01} = Z_{02}$, je $\rho = 0$. Vtedy nenastáva na mieste styku vedení odraz a celá energia prechádza z prvého do druhého vedenia, vedeniami sa prenáša maximálny možný výkon – prirodzený výkon vedenia. Preto nie je vhodné spájať vedenia s rôznymi vlnovými impedanciami.

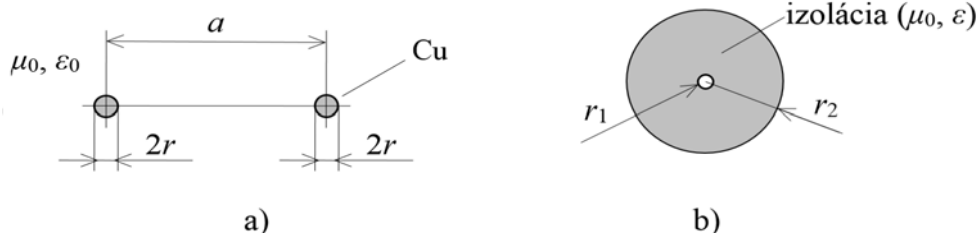
Príklad 1

Majú sa vyjadriť vzťahy pre rýchlosť šírenia vlny v a vlnovú impedanciu Z_0

a) dvojvodičového vzdušného vedenia (obr. 18a),

b) koaxiálneho vedenia (obr. 18b).

(Vodiče vedení sú z medi, vedenia považujeme za ideálne, zanedbáme odpor vodičov a zvod.)



Obr. 18 a) dvojvodičové vzdušné vedenie; b) koaxiálne vedenie

a) Dvojvodičové vzdušné vedenie

V teórii elektromagnetického poľa sú odvodené vzťahy pre vlastnú indukčnosť L_0 a kapacitu C_0 na jednotku dĺžky dvojvodičového vedenia. S dostatočnou približnosťou platí

$$L_0 \approx \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{a}{r} \quad [\text{H/m}]$$

$$C_0 \approx \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{a}{r}} \quad [\text{F/m}]$$

kde $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m je permitivita vákua, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m je permeabilita vákua.

Rýchlosť šírenia vlny na ideálnom vedení po dosadení za L_0 a C_0 je

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

čo je rýchlosť svetla vo vákuu, nezávisle od rozmerov vodičov vzdušného vedenia.

Vonkajšie vedenie možno približne považovať za ideálne vedenie (jeho tlmenie je malé, rýchlosť šírenia vlny je približne rýchlosť svetla vo vákuu).

Vlnová impedancia ideálneho vzdušného vedenia

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \ln \frac{a}{r}$$

Vlnová impedancia vonkajších vedení pri $f = 50$ Hz býva v rozsahu 300 až 400 Ω .

b) Koaxiálne vedenie

V teórii elektromagnetického poľa sú odvodené vzťahy pre vlastnú indukčnosť na jednotku dĺžky L_0 a kapacitu na jednotku dĺžky C_0 koaxiálneho vedenia

$$L_0 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad [\text{H/m}]$$

$$C_0 = \frac{2\pi \varepsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [\text{F/m}]$$

kde ε je permitivita a μ permeabilita materiálu izolácie medzi vnútornou žilou a plášťom.

Rýchlosť šírenia vlny na koaxiálnom vedení po dosadení za L_0 a C_0 je

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} c < c$$

Rýchlosť šírenia vlny na koaxiálnom kábli je menšia ako rýchlosť svetla, lebo permitivita používaných izolácií je $\varepsilon_r > 1$ (izolácia býva z nemagnetického materiálu, čiže $\mu_r = 1$).

Dosadením vzťahov pre L_0 a C_0 do vzťahu pre Z_0 je vlnová impedancia ideálneho koaxiálneho vedenia

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} \ln \frac{r_2}{r_1} \approx \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Príklad 2

Má sa vypočítať vlnová impedancia Z_0 a rýchlosť šírenia vlny v pre koaxiálny kábel s týmito parametrami: $r_1 = 0,1$ mm, $r_2 = 1$ mm, $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 3,5$.

Koaxiálny kábel považujeme približne za ideálne vedenie, teda jeho vlnová impedancia podľa príkladu 1 je

$$Z_0 \approx \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{60}{\sqrt{3,5}} \ln \frac{1}{0,1} \approx 75 \Omega$$

Experimentálne sa preukázalo, že veľkosť strát a útlm koaxiálnych káblov majú ploché minimum pri hodnotách vlnovej impedancie Z_0 medzi 33 až 77 Ω . Ako štandardy sa prijali koaxiálne káble s vlnovými impedanciami 50 a 75 Ω .

Rýchlosť šírenia vlny

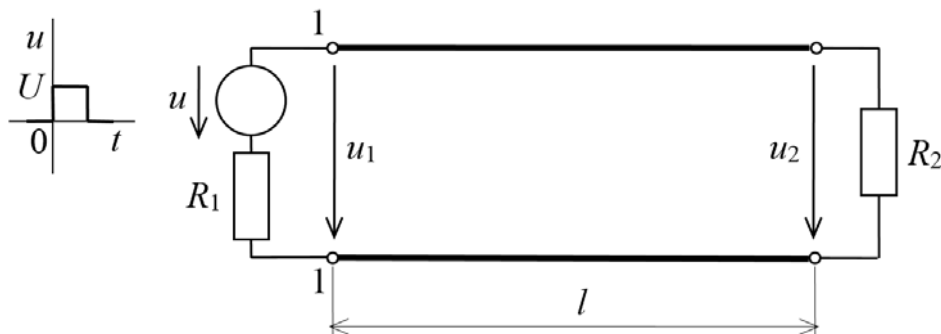
$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} c = \frac{1}{\sqrt{3,5 \cdot 1}} \cdot 3 \cdot 10^8 = 0,534c = 1,604 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Rýchlosť šírenia je v uvažovanom koaxiálnom kábli približne polovica rýchlosti svetla vo vákuu.

Prechodné javy na vedení

Majme ideálne vedenie ($R_0 = 0$, $G_0 = 0$) dĺžky l , na konci ktorého je pripojený rezistor s odporom R_2 . Na začiatku vedenia je zdroj napätia s vnútorným odporom R_1 , z ktorého sa v čase $t = 0$ privedie na vedenie napäťový obdĺžnikový impulz s veľkosťou U (obrázok 19).

V čase $t = 0$ je na začiatku vedenia napätie $U_1 = U$ v miestach $x > 0$ je napätie ešte nulové.



Obr. 19 Pripojenie obdĺžnikového impulzu na ideálne vedenie zakončené rezistorom

V čase $t > 0$ postupuje napäťový impulz po vedení rýchlosťou v , ktorá pri ideálnom vedení je

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Začiatok impulzu sa dostane na koniec vedenia v čase t_p , ktorý sa nazýva čas preletu

$$t_p = \frac{l}{v}$$

Na konci vedenia sa impulz odrazí, pričom faktor odrazu na konci vedenia je

$$\rho_2 = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0}$$

Odrazený impulz postupuje od konca k začiatku rovnakou rýchlosťou v . Na začiatok vedenia príde v čase $2 \cdot t_p$. Na začiatku sa odrazí, pričom faktor odrazu na začiatku vedenia je

$$\rho_1 = \frac{R_1 - Z_0}{R_1 + Z_0} = \rho_1 e^{j0^\circ} = \rho_1$$

a takto odrazený impulz postupuje ku koncu vedenia, kde sa opäť odrazí a tento proces pokračuje na ideálnom vedení teoreticky do nekonečna. Hoci na začiatok vedenia bol pripojený iba jeden impulz, na konci vedenia sa postupne objavia v časoch t_p , $3t_p$, $5t_p$ atď. opakované ďalšie impulzy.

Navyše, v určitých časových intervaloch je na konci ideálneho vedenia dvojnásobné napätie ako napätie impulzu pripojeného na začiatok vedenia (je dané superpozíciou priamej a rovnako veľkej odrazenej vlny). Pomery na vedení ilustrujeme na príklade.

Príklad 3

Ideálne vedenie ($R_0 = 0$ a $G_0 = 0$) dĺžky l je na konci rozpojené (stav naprázdno), $R_2 \rightarrow \infty$. Na začiatku vedenia je ideálny zdroj napätia ($R_1 = 0$), z ktorého sa v čase $t = 0$ pripojí napäťový obdĺžnikový impulz s hodnotou napätia U . Má sa určiť rozloženie napätia na vedení $u(x)$ v niekoľkých zvolených časoch.

Faktory odrazu na konci, resp. na začiatku vedenia sú

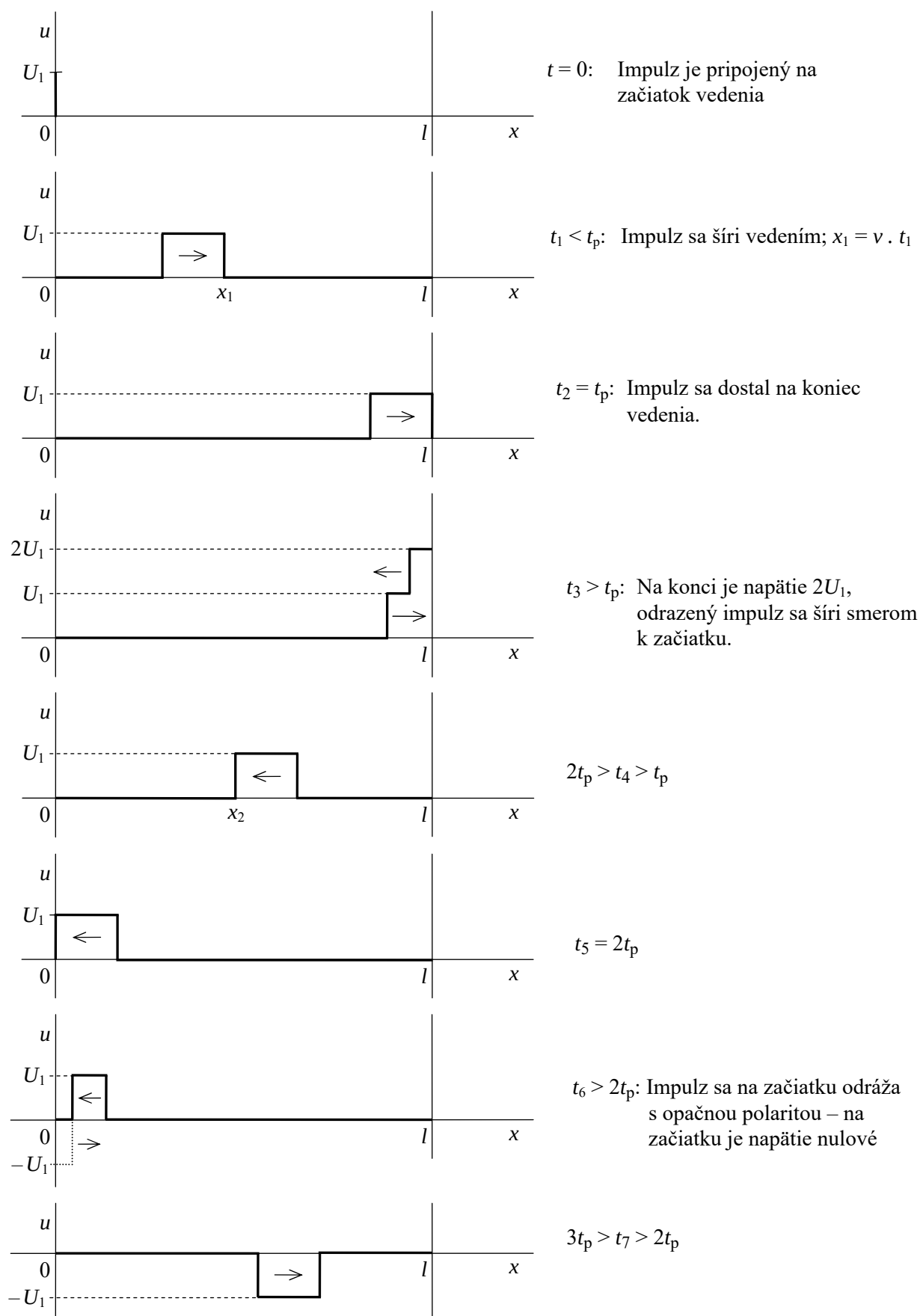
$$\rho_2 = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0} = \frac{1 - \frac{Z_0}{R_2}}{1 + \frac{Z_0}{R_2}} = 1 \qquad \rho_1 = \frac{R_1 - Z_0}{R_1 + Z_0} = -1$$

Na konci sa impulz odrazí s rovnakou veľkosťou a rovnakou polaritou. Záporná hodnota faktora odrazu na začiatku znamená, že impulz sa odrazí s rovnakou veľkosťou, ale s opačnou polaritou (obrázok 20).

Na obrázku 20 vidno, že v určitom časovom intervale je napätie na konci vedenia dvojnásobkom napätia U_1 , čiže $U_2 = 2U_1$ (pozri rozloženie napätia v čase t_3). Ak by napäťovým impulzom bolo vysoké prepätie spôsobené atmosférickým výbojom, na konci rozpojeného vedenia by bolo v určitom časovom intervale prepätie dvojnásobné ako v mieste vzniku prepätia. Aj z tohto hľadiska je výhodné, ak je vedenie zakončené vlnovou impedanciou (vstupná impedancia zariadenia pripojeného na koniec vedenia sa má rovnať vlnovej impedancii vedenia).

Na skutočnom (reálnom) vedení sa každý impulz pri postupe utlmuje, impulzy sa zmenšujú a po určitom čase zaniknú.

Podobne ako v harmonickom ustálenom stave, aj pri prechodných javoch je z hľadiska prenosu optimálny stav, ak na konci vedenia nenastane odraz, čo je v prípade, ak $R_2 = Z_0$ (prispôsobené vedenie). Vtedy je na konci vedenia, podobne ako na začiatku, iba jeden impulz. Preto ak na vedení nemajú byť „falošné“ impulzy, záťaž na konci vedenia má byť prispôsobená. V takom prípade je jedno, aký je faktor odrazu na začiatku vedenia (na vedení nie je žiadny spätný impulz).



Obr. 20 Napätový impulz na ideálnom vedení v stave naprázdno v niekoľkých zvolených časoch